

## सहायक प्राध्यापक लिखित परीक्षा पाठ्यक्रम-गणित

इकाई-1

विश्लेषण : प्रारंभिक समुच्चय सिद्धान्त, परिमित, गणनीय और अगणनीय समुच्चय, पूर्ण क्रमति क्षेत्र के रूप में वास्तविक संख्या निकाय, आर्कमीजियन गुणधर्म, उच्चक, निम्नक अनुक्रम एवं श्रेणी, अभिसारिता, उपरी सीमा, निम्न सीमा, बोल्जानो वॉयस्ट्रास प्रमेय, हैस बोरेल प्रमेय, सांतत्यता, एक समान सांतत्यता, अवकलनीयता, मध्यमान प्रमेय फलनों के अनुक्रम और श्रेणी, एक समान अभिसारिता रीमान योग व रीमान समाकलन, अनुचित समाकल एकविष्ट फलन आसांत्यता के प्रकार परिवद्ध विचरण के फलन, लीबेग की माप, लीबेग समाकल। एक से अधिक चरों के फलन दिशीय अवकलज, आंशिक अवकलज, रैखिक रूपान्तरण के रूप में अवकलज, दूरीक रागस्टियाँ, सहतता, संबद्धता, मानवित रैखिक रागस्टियाँ राता फलनों की समष्टियाँ और उदाहरण।

रैखिक बीजगणित : सदिश समष्टिया, उपसमष्टियाँ, रैखिक परतंत्रता, आधार, विमा, रैखिक रूपांतरणों का बीजगणित।  
आव्यूहों का बीजगणित, आव्यूहों की जाति और शून्यता, रैखिक समीकरणें।  
अभिलाक्षणिक मान और अभिलाक्षणिक सदिश, कैली-हेमिल्टन प्रमेय  
रैखिक रूपांतरणों का आव्यूह निरूपण, आधार का परिवर्तन, विहित रूप, विकर्णीय रूप, त्रिभुजीय रूप, जार्डन रूप।  
आंतर गुणन समष्टियाँ, प्रसामान्य लांबिक आधार द्विघात रूप, द्विघात रूप का वर्गीकरण एवं समानयन।

इकाई-2

समिश्र संख्याओं का विश्लेषण : समिश्र संख्याओं का बीजगणित, समिश्र समतल, बहुपद, घात श्रेणी, अवीजीय फलन, चरघातांकी, त्रिकोणमितीय और अतिपरवलयिक फलन  
वैश्लेषिक फलन, कॉशी रीमान समीकरण  
कंदूर समाकल, कॉशी की प्रमेय, कॉशी समाकलन सूत्र, लिवाँल्डी प्रमेय उच्च मापांक सिद्धांत, खार्ज प्रेमयिका विवृत प्रतिचित्रण प्रमेय।  
टेलर श्रेणी, लॉरेन श्रेणी, अवशेषों का कलन, अनुकोण प्रतिचित्रण, मॉबियस रूपान्तरण।

बीजगणित : क्रमचय, संघय, पिजन बोल सिद्धान्त (कोष्टशः सिद्धान्त) समावेशी-अवशेषी सिद्धान्त, अपविन्यास, अंकगणित के मूलभूत प्रमेय  $Z$  में विभाज्यता सर्वांगसमता, चाइनीज शेषफल प्रमेय, ऑयलर का  $\phi$  फलन, पूर्वांग मूल।  
समूह, उपसमूह, प्रसामान्य उपसमूह, विभाग समूह, समाकारिता, चक्रीय समूह, क्रमचय समूह, कैली प्रमेय, वर्ग समीकरण, साइलो प्रमेय।  
वलय, गुणजावली अभाज्य और उच्चिष्ट गुणजावली, विभाग वलय, अद्वितीय गुणनखण्डीय प्रांत, मुख्य गुणजावली प्रांत, भूक्लिडीमन प्रांत।

*Sharma*

बहुपद बलय और अखंडनीय निकश (कसौटी)  
क्षेत्र, परिमित क्षेत्र, क्षेत्र विस्तार।

### इकाई-3

साधारण अवकल समीकरण : प्रथम कोटि के साधारण अवकल समीकरणों की प्रारंभिक मान समस्याओं के हलों का अस्तित्व एवं अद्वितीयता। प्रथम कोटि के साधारण अवकल समीकरणों का विधित्र हल, प्रथम कोटि के साधारण अवकल समीकरणों का निकाय।

समघात एवं असमघात रैखिक साधारण अवकल समीकरणों का व्यापक सिद्धांत, प्रचलों का विचरण, स्टर्म लिवॉली सीमान्त मान समस्या, ग्रीन फलन

आंशिक अवकल समीकरण : प्रथम कोटि के आंशिक अवकल समीकरणों के हल हेतु लैंग्रांज एवं चारपिट की विधियाँ, प्रथम कोटि के आंशिक अवकल समीकरण के लिए कॉशी समस्या।

द्वितीय कोटि के आंशिक अवकल समीकरणों का वर्गीकरण, अचर गुणांकों सहित उच्चकोटि के आंशिक अवकल समीकरणों के व्यापक हल, लॉप्लास, उष्मा (ताप), तरंग समीकरणों के हल हेतु चरों के पृथक्करण की विधि।

संख्यात्मक विश्लेषण : बीजीय समीकरणों का संख्यात्मक हल, पुनरावृत्त विधि और न्यूटन राफसन विधि, अभिसारिता की दर, गॉस-विलोपन और गॉस-सीडल विधि के उपयोग से रैखिक बीजीय समीकरण निकायों का हल, परिमित अंतर लैंग्रांज, हर्मीट एवं सप्लाइन अंतर्वेशन संख्यात्मक अवकलन और समाकलन, पिकार्ड, आयलर, आलर संशोधित और संगे-कुट्टा विधियों द्वारा साधारण अवकल समीकरणों का साधारण हल।

विचरणों का कलन : फलनों का विचरण, ऑयलर लांग्रांज समीकरण, चरममान हेतु आवश्यक और पर्याप्त प्रतिबंध, साधारण और आंशिक अवकल समीकरणों में सीमांत मान समस्याओं के लए विचरण विधियाँ।

रैखिक समाकल समीकरण : फ्रेडोम और वोल्टरा प्रकार के प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की रैखिक समाकल समीकरण, पृथक्करणीय अस्तित्वों सहित हल अभिलाक्षणिक संख्या एवं अभिलाक्षणिक फलन, साधन अष्टि।

चिर सम्मत यांत्रिकी : व्यापक निर्देशांक, लैंग्रांज की समीकरणों, हेमिल्टन की विहित समीकरणों, हेमिल्टन के सिद्धांत और न्यूनतम क्रिया के सिद्धान्त, दृढ़ पिण्डों की द्विविमीय गति, अक्ष के परितः एक दृढ़ पिण्ड की गति के लिए आयलर के गतिज समीकरण लघुदोलन के सिद्धान्त।

*8/10*

वर्णनात्मक सांख्यिकी, अन्वेषक समंक विश्लेषण : प्रतिदर्श समष्टि, विविक्त प्रायिकता, स्वतंत्र घटनाएँ, वेज प्रमेय यादृच्छिक चर एवं वितरण (बंटन) फलन (एकविचर और बहुविचर) प्रत्याशा और आघूर्ण स्वतंत्र यादृच्छिक चर, सीमांत और प्रतिबंधी वितरण (बंटन) चारित्रिक फलन, प्रायिक असमिकायें (टीबाइशोफ, मार्कोव, जेन्सन) आसिारिता की विधा, वृहत संख्याओं का दुर्बल एवं सबल नियम, केन्द्रीय सीमा प्रमेय (i.i.d. प्रकरण) परिमित और गणनीय स्थिति समष्टि, स्थितियों का वर्गीकरण, मन्पदीय संक्रमण प्रायिकताओं का सीमांत व्यवहार, स्तंभ वितरण (बंटन) मानक विविक्त और सतत एक विचर बंटन, प्रतिदर्श बंटन, मानक ऋटियों और अनंतरपरशीय बंटन, क्रमित सांख्यिकी परिसर का बंटन

आकलन की विधियाँ, आकलक के गुणधर्म, विश्वास्यता अंतराल, परिकल्पनाओं के परीक्षण : प्रबलतम एवं एक समान प्रबलतम परीक्षण, लाइकलीहूड अनुपात परीक्षण, विविक्त समकों का विश्लेषण एवं समंजन सुष्ठता हेतु काई-वर्ग परीक्षण। दीर्घ प्रतिदर्श परीक्षण, एक और दो प्रतिदर्श समस्याओं के लिए साधारण अप्राचलीय परीक्षण, सहसंबंध कोटि एवं स्वातंत्रता परीक्षण, प्रारंभिक बॉयसिन अनुमिति।

गॉस मार्को माडल, प्राचलो की आकलनीयता श्रेष्ठ रैखिक अनभिन्नत आकलक, रैखिक परिकल्पना और विश्वास्यता अंतराल हेतु परीक्षण, प्रसरण और सहप्रसरण का विश्लेषण, स्थिर, यादृच्छिक और मिश्रित प्रभावी माडल (प्रारूप) साधारण और बहु रैखिक समाक्षयण (प्रति गमन) प्रारंभिक समाक्षयण निदान वृद्धिघात समाश्रयण।

बहुचर प्रसामान्य बंटन, विशार्ट बंटन और उनके गुणधर्म द्विघात रूप का बंटन, प्राचल अनुमिति, आंशिक और बहुगुणी सहसंबंध गुणांक एवं संबंधित परीक्षण, समंक समानयन तकनीकें, मुख्य घटक विश्लेषण, विविकिलकार विश्लेषण, संहत विश्लेषण, विहित विश्लेषण।

साधारण यादृच्छिक प्रतिदर्शज, स्तरित प्रतिदर्श क्रमबद्ध प्रतिदर्श, माप प्रतिदर्श हेतु अनुपातिक प्रायिकता, अनुपात और समाश्रयण विधियाँ।

पूर्णतया यादृच्छिकृत, यादृच्छिक खण्ड और लैटिन-वर्ग संरचना। संबद्ध, पूर्ण और लांभिक खण्ड संरचना, BIBD।  $2^K$  गुणनखण्ड प्रयोग :

संकरण और संरचना

श्रेणी और समांतर निकाय, हेजाई फलन और असफलता दर खंडवर्जन और जीवन परीक्षण रैखिक प्रोग्रामन समस्या। सिम्पलेक्स विधि, द्वैतता। प्रारंभिक-पंक्ति और तालिका निदर्श, स्थायी दशा हल हहेतु मार्कोवीयन पंक्ति निदर्श : M/M/1, M/M/1 सीमित प्रतिक्षा समष्टी सहित।

*Star*

# Assistant Professor Written Examination Syllabus of Mathematics

## UNIT - 1

**Analysis:** Elementary set theory, finite, countable and uncountable sets, Real number system as a complete ordered field, Archimedean property, supremum, infimum.

Sequences and series, convergence, limsup, liminf.

Bolzano Weierstrass theorem, Heine Borel theorem.

Continuity, uniform continuity, differentiability, mean value theorem.

Sequences and series of functions, uniform convergence.

Riemann sums and Riemann integral, Improper Integrals.

Monotonic functions, types of discontinuity, functions of bounded variation, Lebesgue measure, Lebesgue integral.

Functions of several variables, directional derivative, partial derivative, derivative as a linear transformation.

Metric spaces, compactness, connectedness. Normed Linear Spaces. Spaces of Continuous functions and examples.

**Linear Algebra:** Vector spaces, subspaces, linear dependence, basis, dimension, algebra of linear transformations.

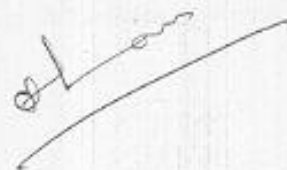
Algebra of matrices, rank and Nulity of matrices, linear equations.

Eigenvalues and eigenvectors, Cayley-Hamilton theorem.

Matrix representation of linear transformations. Change of basis, canonical forms, diagonal forms, triangular forms, Jordan forms.

Inner product spaces, orthonormal basis.

Quadratic forms, reduction and classification of quadratic forms.



## UNIT - 2

**Complex Analysis:** Algebra of complex numbers, the complex plane, polynomials, Power series, transcendental functions such as exponential, trigonometric and hyperbolic functions.

Analytic functions, Cauchy-Riemann equations.

Contour integral, Cauchy's theorem, Cauchy's integral formula, Liouville's theorem, Maximum modulus principle, Schwarz lemma, Open mapping theorem.

Taylor series, Laurent series, calculus of residues.

Conformal mappings, Mobius transformations.

**Algebra:** Permutations, Combinations, pigeon-hole principle, inclusion-exclusion principle, derangements.

Fundamental theorem of arithmetic, divisibility in  $\mathbb{Z}$ , congruences, Chinese Remainder Theorem, Euler's  $\phi$ -function, primitive roots.

Groups, subgroups, normal subgroups, quotient groups, homomorphisms, cyclic groups, permutation groups, Cayley's theorem, class equations, Sylow theorems.

Rings, ideals, prime and maximal ideals, quotient rings, unique factorization domain, principal ideal domain, Euclidean domain.

Polynomial rings and irreducibility criteria.

Fields, finite fields, field extensions.

*Shan*



## UNIT - 3

### Ordinary Differential Equations (ODEs):

Existence and Uniqueness of solutions of initial value problems for first order ordinary differential equations, singular solutions of first order ODEs, system of first order ODEs.

General theory of homogenous and non-homogeneous linear ODEs, variation of parameters, Sturm-Liouville boundary value problem, Green's function.

### Partial Differential Equations (PDEs):

Lagrange and Charpit methods for solving first order PDEs, Cauchy problem for first order PDEs.

Classification of second order PDEs, General solution of higher order PDEs with constant coefficients, Method of separation of variables for Laplace, Heat and Wave equations.

### Numerical Analysis :

Numerical solutions of algebraic equations, Method of iteration and Newton-Raphson method, Rate of convergence, Solution of systems of linear algebraic equations using Gauss elimination and Gauss-Seidel methods, Finite differences, Lagrange, Hermite and spline interpolation, Numerical differentiation and integration, Numerical solutions of ODEs using Picard, Euler, modified Euler and Runge-Kutta methods.

### Calculus of Variations:

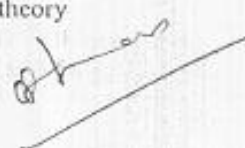
Variation of a functional, Euler-Lagrange equation, Necessary and sufficient conditions for extrema. Variational methods for boundary value problems in ordinary and partial differential equations.

### Linear Integral Equations:

Linear integral equation of the first and second kind of Fredholm and Volterra type, Solutions with separable kernels. Characteristic numbers and eigenfunctions, resolvent kernel.

### Classical Mechanics:

Generalized coordinates, Lagrange's equations, Hamilton's canonical equations, Hamilton's principle and principle of least action, Two-dimensional motion of rigid bodies, Euler's dynamical equations for the motion of a rigid body about an axis, theory of small oscillations.



## UNIT - 4

### Descriptive statistics, exploratory data analysis.

Sample space, discrete probability, independent events, Bayes theorem. Random variables and distribution functions (univariate and multivariate); expectation and moments. Independent random variables, marginal and conditional distributions. Characteristic functions. Probability inequalities (Tchebyshef, Markov, Jensen). Modes of convergence, weak and strong laws of large numbers, Central Limit theorems (i.i.d. case).

Markov chains with finite and countable state space, classification of states, limiting behaviour of n-step transition probabilities, stationary distribution.

Standard discrete and continuous univariate distributions. Sampling distributions. Standard errors and asymptotic distributions, distribution of order statistics and range.

Methods of estimation. Properties of estimators. Confidence intervals. Tests of hypotheses: most powerful and uniformly most powerful tests, Likelihood ratio tests. Analysis of discrete data and chi-square test of goodness of fit. Large sample tests.

Simple nonparametric tests for one and two sample problems, rank correlation and test for independence. Elementary Bayesian inference.

Gauss-Markov models, estimability of parameters, Best linear unbiased estimators, tests for linear hypotheses and confidence intervals. Analysis of variance and covariance. Fixed, random and mixed effects models. Simple and multiple linear regression. Elementary regression diagnostics. Logistic regression.

Multivariate normal distribution, Wishart distribution and their properties. Distribution of quadratic forms. Inference for parameters, partial and multiple correlation coefficients and related tests. Data reduction techniques: Principle component analysis, Discriminant analysis, Cluster analysis, Canonical correlation.

Simple random sampling, stratified sampling and systematic sampling. Probability proportional to size sampling. Ratio and regression methods.

Completely randomized, randomized blocks and Latin-square designs. Connected, complete and orthogonal block designs, BIBD.  $2^k$  factorial experiments: confounding and construction.

Series and parallel systems, hazard function and failure rates, censoring and life testing.

Linear programming problem. Simplex methods, duality. Elementary queuing and inventory models. Steady-state solutions of Markovian queuing models: M/M/1, M/M/1 with limited waiting space, M/M/C, M/M/C with limited waiting space, M/G/1.

*Shan*